# Tipos de discontinuidad

## 1. Discontinuidad evitable.

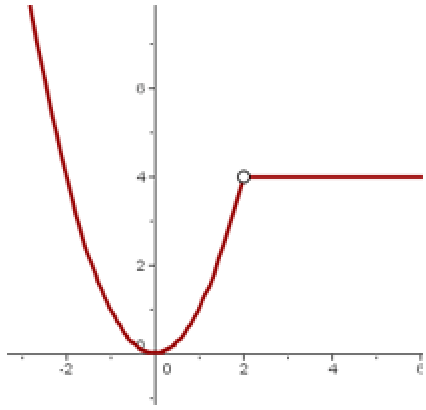
**Una discontinuidad es evitable en un punto x = a si existe** $\lim_{x \to a} f(x)$ **y éste es finito.**

Nos encontramos con **dos tipos de discontinuidad evitable:**

**1)** ***No existe imagen.*** **(La función no está definida en x = a)**

***Ejemplo:***

$\nexists f(a)$



$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \;\; x<2 \\ 4 & si \;\; x>2 \end{cases}$$

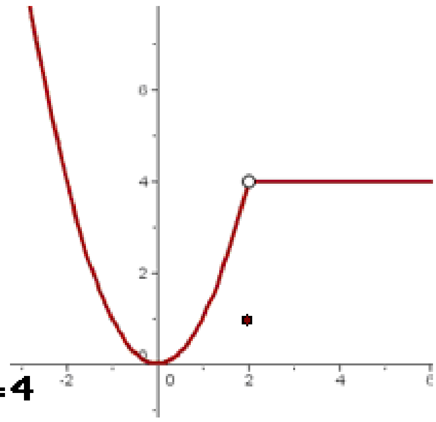
$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = 4$$

$\nexists f(2)$

**2)** ***La imagen no coincide con el límite.***

$$f(a) \neq \lim_{x\to a} f(x)$$

***Ejemplo:***



$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \;\; x<2 \\ 2x & si \;\; x>2 \\ 1 & si \;\; x=2 \end{cases}$$

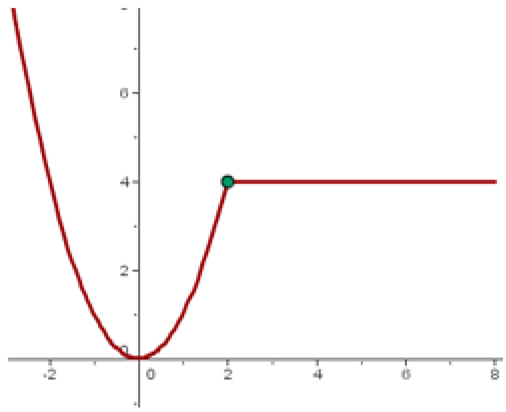
$f(2)=1$ $\quad$ $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = 4$

$$f(2) \neq \lim_{x\to 2} f(x)$$

Cuando una función presenta una **discontinuidad evitable en un punto se puede redefinir en dicho punto para convertirla en una función continua.**

- **Las dos funciones estudiadas anteriormente las redefinimos de modo que:**

$$f(2)=\lim_{x\to 2} f(x) \longrightarrow f(x)=\begin{cases} x^2 & si \;\; x<2 \\ 4 & si \;\; x\geq 2 \end{cases}$$



## 2. Discontinuidad inevitable o de primera especie.

Una **discontinuidad es inevitable o de primera especie si existen los límites laterales en x = a, pero son distintos.**

$$\lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x)$$

### Salto

**Salto es la diferencia en valor absoluto de los límites laterales.**

$$\left|\lim_{x\to a^-} f(x) - \lim_{x\to a^+} f(x)\right|$$

➢ Según el tipo de salto nos encontramos con dos **tipos de discontinuidad inevitable**:

**1) De salto finito.**

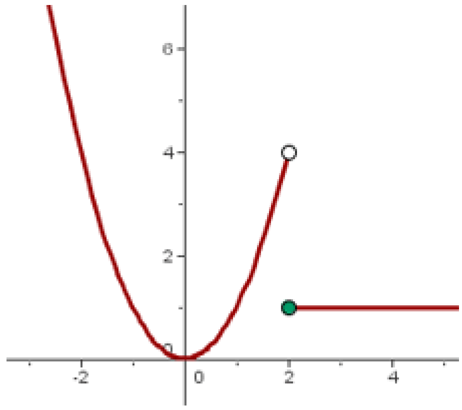
**La diferencia entre los límites laterales es un número real.**

$$\left|\lim_{x\to a^-} f(x) - \lim_{x\to a^+} f(x)\right| = k \qquad k \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & si \ x < 2 \\ 1 & si \ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 2^-} x^2 = 4 \qquad \lim_{x\to 2^+} 1 = 1$$

**En x = 2 hay una discontinuidad inevitable de salto finito 3.**



**2) De salto infinito.**

**La diferencia entre los límites laterales es infinito.**

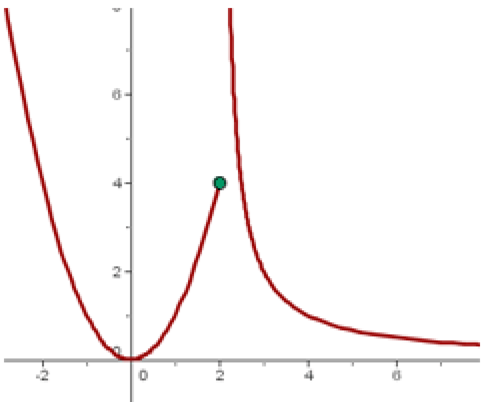
$$\left|\lim_{x\to a^-} f(x) - \lim_{x\to a^+} f(x)\right| = \infty$$

❖ EJEMPLO (**Que existan y pero que uno sea finito y otro infinito**):

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & si \ x \leq 2 \\ \dfrac{2}{x-2} & si \ x > 2 \end{cases}$$

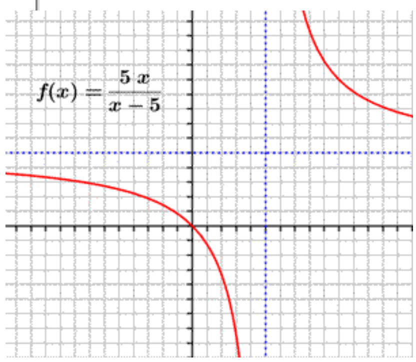
$$\lim_{x\to 2^-} x^2 = 4 \qquad \lim_{x\to 2^+} \frac{2}{x-2} = \infty$$

**En x = 2 hay una discontinuidad inevitable de *salto infinito*.**



❖ EJEMPLO (**Que existan pero que los dos sean infinitos**)

**A este tipo de discontinuidad se le llama discontinuidad de primera especie *asintótica*, siendo x = a la asíntota.**



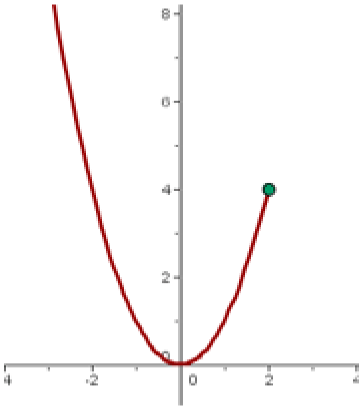

$$\lim_{x\to 5^-} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to 5^+} f(x) = +\infty$$

## 3. Discontinuidad esencial o de segunda especie.

Una **discontinuidad es esencial o de segunda especie si no existe alguno de los límites laterales en x = a.**

$$f(x) = x^2 \quad si \quad x \leq 2$$

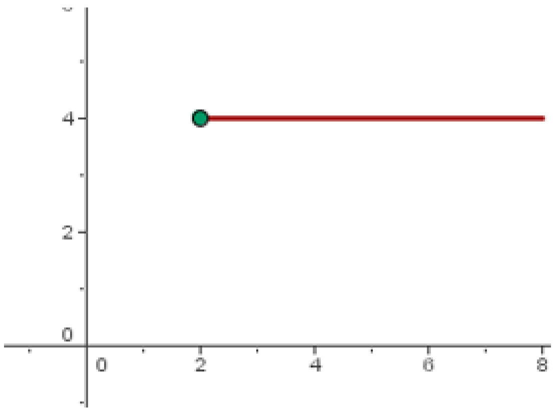
$$\lim_{x \to 2^-} x^2 = 4 \qquad\qquad \nexists \lim_{x \to 2^+}$$




**En x = 2 hay una discontinuidad esencial porque no tiene límite por la derecha.**

$$f(x) = 4 \quad si \quad x \geq 2$$

$$\nexists \lim_{x \to 2^-} \qquad\qquad \lim_{x \to 2^+} 4 = 4$$




**En x = 2 hay una discontinuidad esencial porque no tiene límite por la izquierda.**